

## 太原市2024年高三年级模拟考试(三)

# 数 学 试 卷

(考试时间:下午3:00—5:00)

### 注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,第 I 卷1至4页,第 II 卷5至8页。
2. 回答第 I 卷前,考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上。
3. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,写在本试卷上无效。
4. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡相应位置上,写在本试卷上无效。
5. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

### 第 I 卷

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.  $(\frac{1-i}{1+i})^2 =$

- |         |        |
|---------|--------|
| A. $-i$ | B. $i$ |
| C. $-1$ | D. $1$ |

2. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x \mid |x| > 1\}$ ,  $B = \{x \mid \log_2 x < 1\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$

- |             |             |
|-------------|-------------|
| A. $(0,1]$  | B. $[1,2)$  |
| C. $[-1,1]$ | D. $[-1,2)$ |

3. 数据 1,5,4,3,6,5,2,6 的第25百分位数为

- |      |        |
|------|--------|
| A. 2 | B. 2.5 |
| C. 3 | D. 4.5 |

4.  $(x+y-1)^5$  的展开式中  $xy^2$  的系数为

- |          |         |
|----------|---------|
| A. $-20$ | B. $20$ |
| C. $-30$ | D. $30$ |

5. 已知  $\triangle ABC$  中,  $A = 120^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  的中点, 且  $AD = 1$ , 则  $\triangle ABC$  面积的最大值

- |               |                |
|---------------|----------------|
| A. $\sqrt{3}$ | B. $2\sqrt{3}$ |
| C. 1          | D. 2           |

6. 已知函数  $f(x) = a \sin x + \cos x$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{6}$  对称, 则函数  $g(x) = \sin x + a \cos x$  的

图象关于

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A. 点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称  | B. 点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称  |
| C. 点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 对称 | D. 点 $(\frac{5\pi}{6}, 0)$ 对称 |

7. 已知定义域是  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x)$  满足对于任意  $x, y \in \mathbf{R}$  都有  $f(xy+1) = f(x)f(y) - 2f(x) - 2y + 3$ ,

且  $f(0) = 2$ , 则  $\sum_{k=1}^{2024} \frac{1}{f(k)f(k+1)} =$

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| A. $\frac{674}{2025}$  | B. $\frac{2025}{2026}$ |
| C. $\frac{2024}{6081}$ | D. $\frac{225}{676}$   |

8. 已知点  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C$  的左、右焦点,  $P(4,3)$  是  $C$  上一点,  $\triangle PF_1F_2$  的内切圆的圆心为  $I(m,1)$ , 则椭圆  $C$  的标准方程是

- |  |  |
|--|--|
| A. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{27} = 1$ | B. $\frac{x^2}{28} + \frac{y^2}{21} = 1$ |
| C. $\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1$ | D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{12} = 1$ |

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题

目要求的.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知曲线  $C: x^2 + y^2 \cos \alpha = 1 (0 < \alpha < \pi)$ , 则下列结论正确的是

- A. 曲线  $C$  可能是直线
- B. 曲线  $C$  可能是圆
- C. 曲线  $C$  可能是椭圆
- D. 曲线  $C$  可能是双曲线

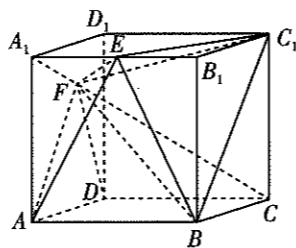
10. 已知  $x_1$  是函数  $f(x) = x^3 + mx + n (m < 0)$  的极值点, 若  $f(x_2) = f(x_1) (x_1 \neq x_2)$ , 则下列结论

正确的是

- A.  $f(x)$  的对称中心为  $(0, n)$
- B.  $f(-x_1) > f(x_1)$
- C.  $2x_1 + x_2 = 0$
- D.  $x_1 + x_2 > 0$

11. 已知正方体  $ABCD$  中,  $E$  是  $A_1B_1$  的中点, 点  $F$  是线段  $A_1C$  上的动点, 则下列结论正确的是

- A. 三棱锥  $B - C_1EF$  的体积为定值
- B. 存在点  $F$ , 使得  $DF \perp$  平面  $BC_1E$
- C. 不存在点  $F$ , 使得  $BC \parallel$  平面  $AEF$
- D. 不存在点  $F$ , 使得  $AEF \perp$  平面  $BC_1E$



太原市2024年高三年级模拟考试(三)

数学试卷

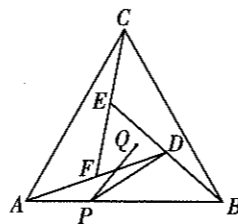
第II卷(非选择题 共90分)

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2$  的焦点坐标为\_\_\_\_\_.

13. 已知直线  $l$  过点  $A(1, 2, 0)$ , 且直线  $l$  的一个方向向量为  $m = (0, -1, 1)$ , 则坐标原点  $O$  到直线  $l$  的距离为\_\_\_\_\_.

14. 赵爽是我国古代数学家、天文学家, 大约在公元222年, 赵爽为《周髀算经》一书作序时, 介绍了“勾股圆方图”, 亦称“赵爽弦图”(以直角三角形的斜边为边得到的正方形). 类比“赵爽弦图”, 构造如图所示的图形, 它是由三个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的大等边三角形, 且  $DF = AF$ , 点  $P$  在  $AB$  上,  $BP = 2AP$ , 点  $Q$  是  $\triangle DEF$  内(含边界)一点, 若  $\overrightarrow{PQ} = \lambda \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PA}$ , 则  $\lambda$  的最大值为\_\_\_\_\_.



四、解答题:本大题共5小题,共77分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分13分)

已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1$ , 且  $\{S_n + 1\}$  也是等比数列.

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = a_n \cdot \log_2 a_{n+1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

16. (本小题满分15分)

为预防季节性流感, 某市防疫部门鼓励居民接种流感疫苗. 为了进一步研究此疫苗的预防效果, 该防疫部门从市民中随机抽取了1000人进行检测, 其中接种疫苗的700人中有570人未感染流感, 未接种疫苗的300人中有70人感染流感. 医学统计研究表明, 流感的检测结果存在错检现象, 即未感染者其检测结果为阳性或感染者其检测结果为阴性. 已知未感染者其检测结果为阳性的概率为0.01, 感染者其检测结果为阳性的概率为0.95. 将上述频率近似看成概率.

(1) 根据所给数据, 完成以下列联表, 并依据  $\alpha = 0.10$  的独立性检验, 能否认为接种流感疫苗与预防流感有关?

疫苗	流感		合计
	感染	未感染	
接种			
未接种			
合计			

(2) 已知某人流感检测结果为阳性, 求此人感染流感的概率(精确到0.01).

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$\alpha$	0.10	0.05	0.01
$\chi_{\alpha}^2$	2.706	3.841	6.635

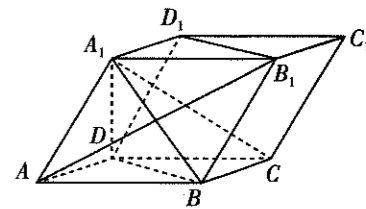
17. (本小题满分15分)

如图, 四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  是平行四边形,  $A_1D \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AB = A_1B = 2AD$ ,  $\angle DAB = 60^\circ$ .

(1) 求证: 平面  $BDD_1B_1 \perp$  平面  $ADD_1A_1$ ;

(2) 求  $AB_1$  与平面  $BB_1D_1D$  所成角的正弦值;

(3) 求平面  $AA_1B_1B$  与平面  $BB_1D_1D$  夹角的余弦值.



18. (本小题满分17分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A$  与  $B$ , 点  $D(3, \sqrt{2})$  在  $C$  上, 且直线  $AD$  与  $BD$  的斜率之和为  $\sqrt{2}$ .

(1) 求双曲线  $C$  的方程;

(2) 过点  $P(3, 0)$  的直线与  $C$  交于  $M, N$  两点 (均异于点  $A, B$ ), 直线  $MA$  与直线  $x = 1$  交于点  $Q$ , 求证:  $B, N, Q$  三点共线.

19. (本小题满分17分)

已知函数  $f(x) = \frac{x}{e^x} + x - \ln x - k (k \in \mathbf{R})$ .

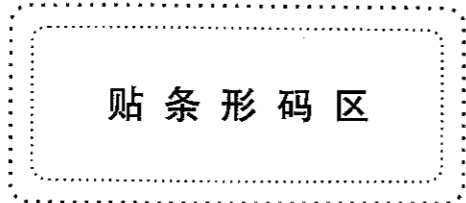
(1) 若  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求实数  $k$  的取值范围;

(2) 设  $x_1, x_2 \in (0, +\infty) (x_1 < x_2)$  满足  $f(x_1) = f(x_2)$ , 证明:  $x_1 + x_2 > 2$ .

数学答题卡

姓名 \_\_\_\_\_

座位号



注意事项

1. 答题前, 考生务必首先认真核准条形码上的姓名、座位号, 然后使用0.5毫米的黑色墨水签字笔将姓名、座位号填写在相应位置, 并在答题卡背面左上角填写姓名和座位号末两位。座位号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。要求字体工整, 笔迹清晰。填写阿拉伯数字的样例: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
2. 答第 I 卷时, 必须使用2B铅笔填涂。修改时, 要用橡皮将修改处擦干净, 规范填涂样例: ■
3. 答第 II 卷时, 必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚, 要求字体工整, 笔迹清晰, 严格按题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试卷草稿纸上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整, 严禁折叠, 严禁在答题卡上作任何标记, 严禁使用涂改液、胶带纸和修正带。严禁污染答题卡上的黑色方块。
5. 未按上述要求填写、答题, 影响评分质量, 后果自负。

此栏考生禁填 缺考标记  缺考考生, 由监考员贴条形码, 并用2B铅笔填涂左边的缺考标记。

第 I 卷 (用2B铅笔填涂)

选择题

- |                   |                   |                    |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 [A] [B] [C] [D] | 5 [A] [B] [C] [D] | 9 [A] [B] [C] [D]  |
| 2 [A] [B] [C] [D] | 6 [A] [B] [C] [D] | 10 [A] [B] [C] [D] |
| 3 [A] [B] [C] [D] | 7 [A] [B] [C] [D] | 11 [A] [B] [C] [D] |
| 4 [A] [B] [C] [D] | 8 [A] [B] [C] [D] |                    |

第 II 卷 (用0.5毫米的黑色墨水签字笔书写)

三、填空题 (每小题5分, 共15分)

12. \_\_\_\_\_

13. \_\_\_\_\_

14. \_\_\_\_\_

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

四、解答题 (共77分)

15. (13分)

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

16. (15分)

疫苗	流感		合计
	感染	未感染	
接种			
未接种			
合计			

请在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效

考生  
必填

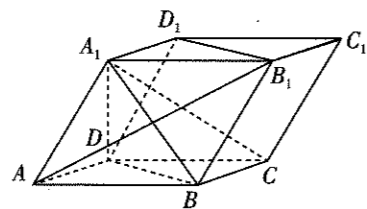
姓名

座位号  
末两位

考生务必将姓名、座位号末两位用0.5毫米的黑色墨水签字笔认真填写在书写框内。准考证号末两位的每个书写框只能填写一个阿拉伯数字。

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

17. (15分)



请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

18. (17分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (17分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效