2024年新高考2卷

一、选择题

1.已知$z=-1-\mathrm{i}$，则$|z|=$（　　）.

A.0 B.1 C.$\sqrt{2}$ D.2

2.已知命题：$p:\forall x\in\mathbf{R}$，$|x+1|>1$，命题$q:\exists x>0$，$x^3=x$，则（　　）.

A.p和q都是真命题　　B.$\neg p$和q都是真题题

C.p和$\neg q$都是真题题　　D.$\neg p$和$\neg q$都是真题题

3.已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，且$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，则$|\vec{b}|=$（　　）.

A.$\frac{1}{2}$　B.$\frac{\sqrt{2}}{2}$　C.$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D.1

4.某农业研究部门在面积相等的100块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量（单位：kg）并整理下表：

亩产量	$[900,950)$	$[950,1000)$	$[1000,1500)$	$[1100,1150)$	$[1150,1200)$
生产数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是（　　）.

A.100块稻田亩产量中位数小于1050kg

B.100块稻田中的亩产量低于1100kg的稻田所占比例超过20%

C.100块稻田亩产量的标差介于200kg至300kg之间

D.100块稻田亩产量的平均值介于900kg至1000kg之间

5.已知曲线$C:x^2+y^2=16(y>0)$，从C上任意一点P向x轴作垂线PP'，P'为垂足，则线段PP'的中点M的轨迹方程为（　　）.

A.$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$　B.$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1(y>0)$　C.$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1(y>0)$　D.$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{8}=1(y>0)$

6.设函数$f(x)=a(x+1)^2-1$，$g(x)=\cos x+2ax$，当$x\in(-1,1)$时，曲线$y=f(x)$与$y=g(x)$恰有一个极点，则$a=$（　　）.

A.-1　B.$\frac{1}{2}$ C.1 D.2

7.已知正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的体积为$\frac{52}{3}$，$AB=6$，$A_1B_1=2$，则A_1A与

平面 ABC 所成角的正切值为（　　）.

A. $\frac{1}{2}$　　B.1 C.2 D.3

8.设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$，若 $f(x)\geq 0$，则 a^2+b^2 的最小值为（）.

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D.1

二、多选题

9.对于函数 $f(x)=\sin 2x$ 和 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，下列正确的有（）.

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴

10.抛物线 $C:y^2=4x$ 的准线为 l，P 为 C 上的动点，对 P 作 $\odot A:x^2+(y-4)^2=1$ 的一条切线，Q 有切点，对 P 作 C 的垂线，垂足为 B，则（）.

A. l 与 $\odot A$ 相切

B.当 P,A,B 三点共线时，$|PQ|=\sqrt{15}$

C.当 $|PB|=2$ 时，$PA\perp AB$

D.满足 $|PA|=|PB|$ 的点 A 有且仅有 2 个

11.设函数 $f(x)=2x^3-3ax^2+1$，则（）

A.当 $a>1$ 时，$f(x)$ 有一个零点

B.当 $a<0$ 时 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点

C.存在 a,b 使得 $x=b$ 为曲线 $y=f(x)$ 的对称轴

D.存在 a 使得点 $(1,f(1))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的对称中心

三、填空题

12.记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3+a_4=7$，$3a_2+a_5=5$，则 $S_{10}=$________.

13.已知 α 为第一象限角，β 为第三象限角，$\tan\alpha+\tan\beta=4$，$\tan\alpha\tan\beta=\sqrt{2}+1$，则 $\sin(\alpha+\beta)=$________.

14.在右图的 4×4 方格表中选 4 个方格，要求每行和每列均恰有一个方格被选中，则共有________种选法，在所有符合上述要求的选法中，选中方格的 4 个数之和的最大值是________.

四、解答题

15.记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=2$.

（1）求 A；

（2）若 $a=2$，$\sqrt{2}\sin C=c\sin 2B$，求 $\triangle ABC$ 周长.

16.已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-ax-a^3$.

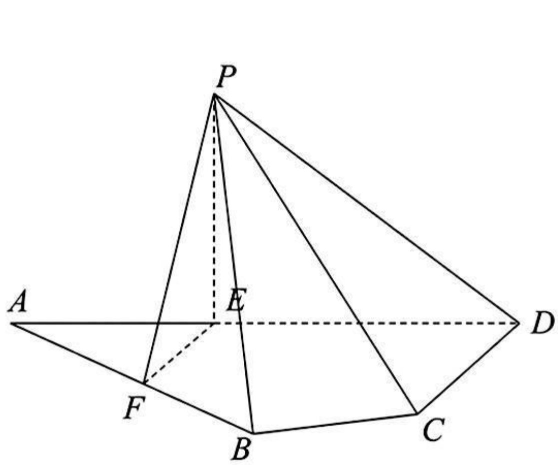
（1）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若 $f(x)$ 有极小值，且极小值小于 0，求 a 的取值范围.

17.如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$CD=3$，$AD=5\sqrt{3}$，$\angle APC=90°$，$\angle BAD=30°$，点 E，F 满足 $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$，使得 $PC=4\sqrt{3}$.

（1）证明：$EF\perp PD$；

（2）求面 PCD 与 PBF 所成的二面角的正弦值.



18.某投篮比赛分为两个阶段，每个参赛除由两名队员组成，比赛具体规则如下：第一阶段由参赛队中一名队员投篮3次，若3次都未投中，则该队被淘汰，比赛成员为0分，若至少被投中一次，则该队进入第二阶段，由该队的另一名队员投篮3次，每次投中得5分，未投中得0分，该队的比赛成绩为为第二阶段的得分总和.

某参赛队由甲、乙两名队员组成，设甲每次投中的概率为p，乙每次投中的概率为q，各次投中与相互独立.

（1）若$p=0.4$，$q=0.5$，甲参加第一阶段比赛，求甲、乙所在队的比赛成绩不少于5的概率；

（2）假设$0<p<q$，

（ⅰ）为使得甲、乙所在队的比赛成绩为15分的概率最大，则该由谁参加第一阶段的比赛？

（ⅱ）为使得甲、乙，所在队的比赛成绩的数与期望最大，应该由谁参加第一阶段比赛？

19.已知双曲线$C:x^2-y^2=m(m>0)$，点$P_1(5,4)$在C上，k为常数，$0<k<1$，按照如下方式次构点$P_n(n=2,3,\cdots)$，过P_{n-1}斜率为k的直线与C的左支交于点a_{n-1}，令P_n为R_{n-1}关于y轴的对称点，记P_n的坐标为(x_n,y_n)

（1）若$k=\dfrac{1}{2}$，求x_2，y_2；

（2）证明：数列$\{x_n-y_n\}$是公比为$\dfrac{1+k}{1-k}$的等比数列；

（3）设S_n为$\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$的面积，证明：对任意的正整数$n$，$S_n=S_{n+1}$.